Projeto de uma Exposição Cientifica

Visualização de Espaços Tridimensionais

Luiz Velho
IMPA

Resumo

Esse projeto visa criar uma exposição cientifica sobre espaços tridimensionais. Para divulgar os conceitos associados com 3-variedades não-Euclideanas, queremos mostrar um conjunto de imagens e objetos interativos, a fim de promover uma intuição do assunto para uma grande audiência.

1 - Introdução

Nesta última década, Perelman conseguiu a prova da conjectura da geometrização de Thurston. Esse resultado é uma classificação das variedades de dimensão 3. Isso lança luz em muitas questões pendentes da matemática. Alem disso, também vai ser muito útil no avanço da matemática e ciências, em geral.

Por exemplo, podemos nos perguntar sobre a geometria de nosso espaço ambiente.

Mas, não é tão fácil trabalhar em variedades de dimensão 3, como em superfícies, uma vez que não podemos incluí-las no espaço Euclidiano tridimensional. Para Thurston, vemos essas variedades intrinsecamente, pelo seu interior. Contudo, não é intuitivo descobrir o que é a paisagem dentro de uma Nil-variedade.

2 - Objetivos e Métodos

O objetivo do projeto é criar uma exposição para divulgar os resultados recentes sobre 3-variedades. Pretendemos mostrar um imagens e objetos interativos, de modo a desenvolver uma intuição do assunto para o publico em geral. Pretendemos usar principalmente gráficos e som, em vez de textos e formulas.

Esta exposição será feita por cientistas e artistas. Na verdade diversos estudos mostram o grande potencial da Arte para explicar a Ciência e atrair as pessoas leigas. É por isso que nós queremos fazer esta exposição artística, mas também didática e rigorosa.

Idéias geométricas são normalmente transmitidas por meio de textos (científicos), e assim eles são difíceis de entendimento por não-matemáticos. No entanto, neste caso, essas idéias em pauta são puramente visuais.

Depois do filme "*Not Knot*", por Thurston et al. (1995), dois projetos recentes utilizaram fortemente imagens para explicar conceitos matemáticos para grandes audiências. Ambos foram um grande sucesso, eles são

- O livro «*Indra's Pearls*», por Mumford et al. (2002).
- O filme «*Dimension*», por Ghys et al. (2009).

Aqui vamos trabalhar no sentido de avançar essas obras, usando não apenas vídeo e imagens, mas também objetos animados e instalações interativas.

3 - Metas e Resultados Esperados

A exposição tentará tornar acessível a um público amplo (incluindo adolescentes) o conceito de espaços não-euclidianos. Gostaríamos que os adolescentes possam ter um vislumbre da beleza de algumas idéias do teorema de classificação das variedades.

Em resumo, esta proposta provavelmente se configura como um dos primeiros projetos a combinar a matemática contemporânea com uma visão artística.

O desenvolvimento do conteúdo científico da exposição teve o apoio do INCTMat - Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Matemática o que tornou possível a pesquisa e implementação de novos algoritmos para visualização interativa em variedades tridimensionais e também estudos sobre a simulação da propagação de sons nesses espaços.

Subsequentemente, o projeto foi contemplado com recursos no valor de EUR 35.800,00 (trinta e cinco mil e oitocentos Euros) para a montagem da exposição em Paris, sob a chancela de várias agencias de fomento da França.

A apresentação inaugural da exposição ocorreu em 21 de Março de 2013, na Universidade de Paris 13, em *Villetaneuse*, como parte do evento "*Les Mathématiques pour la Planète Terre*", *Rencontres CNRS Jeunes Sciences et Citoyens Ile-de-France 2013* (ver material em anexo).

Pretendemos agora trazer os resultados desse projeto para o Brasil e montar a exposição no Rio de Janeiro.

4 - Roteiro da Exposição

A exposição aborda conceitos básicos de dimensão, topologia e espaços não-euclidianos, alem de investigar as variedades tridimensionais para apresentar o teorema de classificação das superfícies. Isso será mostrado através de filmes didáticos, instalações interativas e painéis ilustrativos, como descrito a seguir.

4.1 - O Conceito de Dimensão (filmes)

A exposição começa por explicar o conceito de dimensão. Para ilustrar essa noção, usamos três categorias de objetos que tem a sua equivalência em todas as dimensões: bolas, simplexos, e cubos.

Dimension	0	1	2	3
Ball	Point	Segment	Disk	Filled sphere
Simplex	Point	Segment	Triangle	Simplex
Cube	Point	Segment	Square	Filled cube

Apresentaremos esses conceitos através de um vídeo curto, que apresenta simultaneamente uma bola em cada uma dessas quatro dimensões, depois um simplexo em cada uma dessas dimensões, e finalmente um cubo em cada uma dessas dimensões. Usaremos a animação, a fim de mostrar como construir, por exemplo, um cubo de uma certa dimensão para a próxima dimensão (vide Fig. 1).

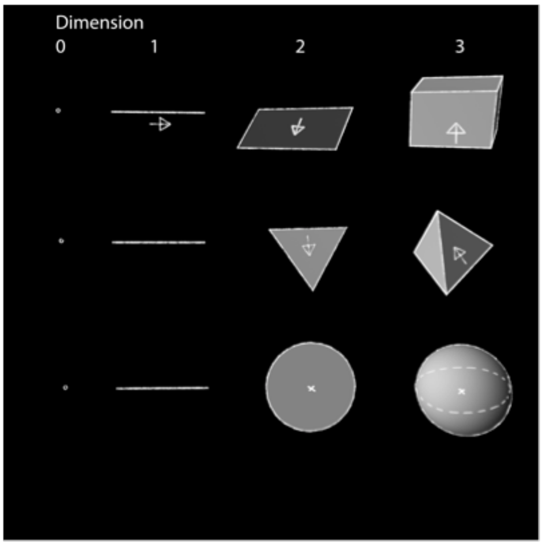


Figura 1.

Todos os vídeos desta primeira parte vão ser mostrados simultaneamente em laço, como tiras de quadrinhos animados, ou *polyptics*. As imagens são apenas esboços dos vídeos que queremos realizar. Eles serão feitos com grande qualidade gráfica e artística. O estilo vai ser uma fusão de imagens reais de giz no quadro negro e animações para gerar um movimento natural.

Acreditamos que tais vídeos não precisam de nenhuma explicação para serem entendidos. Assim, podemos escrever apenas o número da dimensão e colocar "dimensão" como título do vídeo e ao final ilustraremos com a citação abaixo que resume os conceitos apresentados.

As variedades são definidas pela citação (a ser traduzida para o Português):

> In a curve, the points nearby a same point form a segment. A curve is a 1-manifold.
> In a surface, the points nearby a same point form a disk. A surface is a 2-manifold.
> In a 3-manifold, the points nearby a same point form a filled ball.

4.2 - Espaços Não-Euclideanos (filmes)

O segundo vídeo (ver Fig. 2) mostra exemplos simples de "variedades", que não são o espaço Euclidiano. Estas correspondem ao toro, a um exemplo de espaço hiperbólico e a esfera (em dimensão 1, 2 e 3).

Como notação os matemáticos gostam de designar o toro de dimensão *n* com o símbolo E^n/Z^n. Assim, temos:

Dimension n =	1	2	3
E^n/Z^n	Circle	2-Torus	3-Torus

No caso do toro, a construção é bastante simples. O 1-toro, que é um círculo, é obtido através da colagem dos pontos iniciais e finais de um segmento. O 2-toro, que é um "*donut*", é obtido por colagem de lados opostos de um quadrado preenchido. O 3-toro é obtido pela colagem das faces opostas de um cubo cheio.

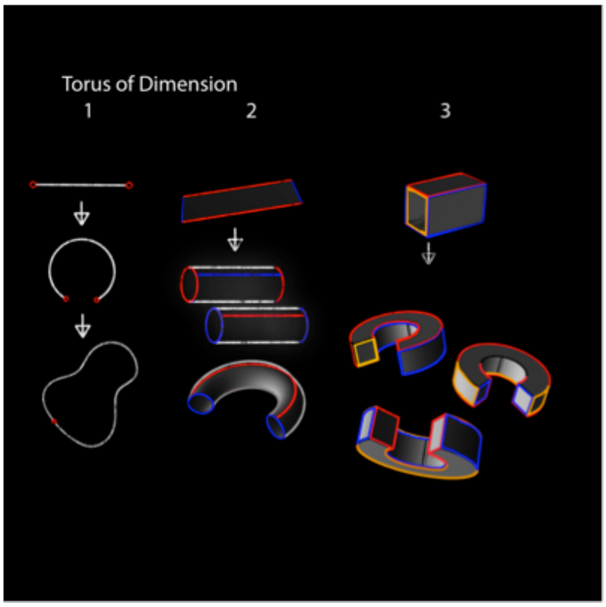


Figura 2

Tal construção é a primeira parte do vídeo, depois teremos as construções correspondentes para o espaço hiperbólico e para a esfera.

Note, que para o cubo cheio dessa construção do toro de dimensão 3, não podemos representar simultaneamente os três pares de faces coladas. Consequentemente, no filme, nós vamos então incorporar uma silhueta caminhando no cubo cheio. Mostramos a silhueta em um cubo animado, passando pelas faces que foram coladas. Isso será feito para cada par de faces paralelas. No final da seqüência aparece uma visualização completa do espaço com as várias imagens do personagem.

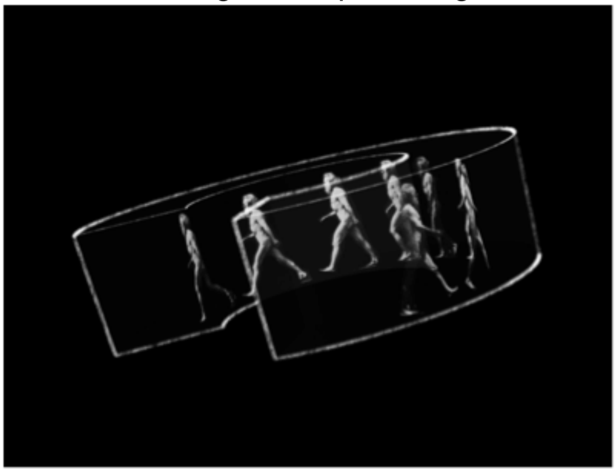


Figura 3: Homem andando em um 3-toro

Aqui, vamos usar recursos de texto o mínimo possível para tornar este conceito compreensível. No entanto, mostraremos o símbolo E3/Z3 pela sua própria beleza, e também por uma finalidade pedagógica.

4.3 - Curvas em Espaços Básicos (instalações)

• Curvas em Superfícies

Continuamos a explicar e vamos mostrar a relação entre a geometria da superfície e a visão de imersão dentro dela com uma primeira instalação (vide Figs. 4 e 5, que mostram a interface, no entanto, o gráfico desenhado no chão não é exatamente o mesmo que usaremos no projeto).

Trata-se de uma projeção sobre o piso e as três superfícies básicas, esculpidas fisicamente: a esfera S2, o 2-toro E^2/Z^2 (planar) e o bi-toro com dois furos H^2/Γ^2 (hiperbólica). O espectador escolhe primeiro entre os três símbolos: E^2/Z^2 (planar), S^2 (esférica) e H^2/Γ^2 (hiperbólica).

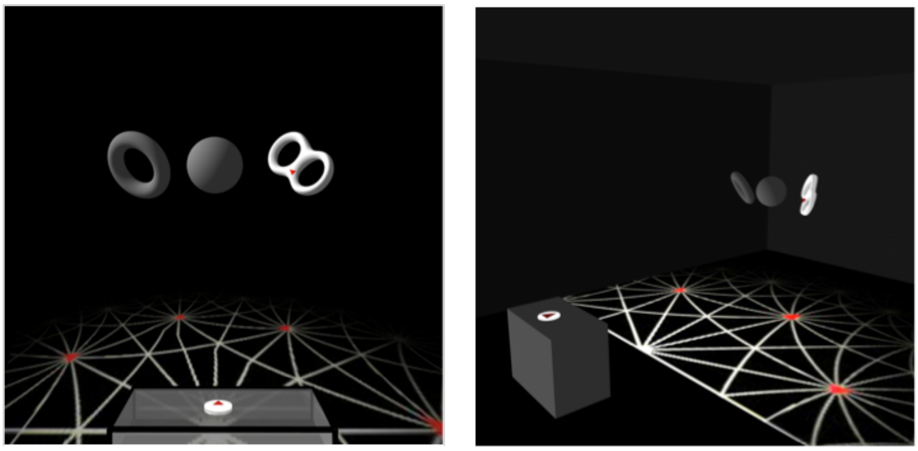


Figura 4 e 5: Curvas em superfícies.

Na instalação, um ponto da superfície correspondente é desenhado por um projetor de vídeo. Numa mesa interativa, pode-se mover um disco iluminado. Se a posição do disco é deslocada para fora do centro, o ponto se move na "direção" do mesmo na superfície. Como conseqüência, o programa desenha um segmento de geodésica na superfície. O comprimento do segmento está relacionado com o tempo que o disco fica fora do centro. Se o disco for movido para outra direção, outro segmento é desenhado após o primeiro. Desta forma, podemos desenhar uma curva sobre a superfície escolhida. Depois de um tempo, a primeira parte da curva desaparece, como se tivesse sido produzida por um rastro com baixa persistência.

Em cima da mesa é projetada a curva como se estivéssemos na superfície. Como visto anteriormente, em uma visão tão envolvente a mesma curva aparece muitas vezes e por isso é projetada em muitos lugares na mesa (que correspondem a pré-imagem da curva pelo mapeamento exponencial restrito ao espaço tangente de um ponto).

O objetivo é estimular a curiosidade do espectador, no que diz respeito ao objeto mostrado.

• **Curvas em Espaços**

A segunda instalação consiste em um espaço aberto (vide fig. 6).

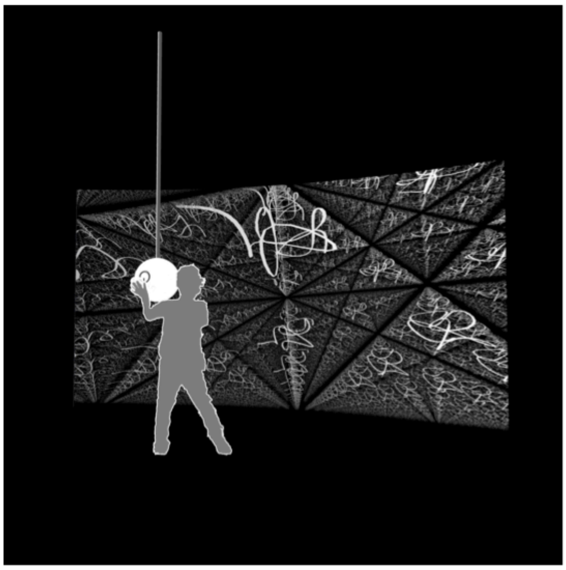


Figura 6: Curvas no 3-toro

Da mesma forma anterior, o espectador começa escolhendo entre os três símbolos: S3 (esférica), E3/Z3 (planar) e H3/Γ3 (hiperbólica).

Uma bola, pouco iluminada é sustentada por uma corda elástica no meio da sala. Tal como no caso de dimensão 2, existem muitos feixes de luz que começam e terminam em uma mesma bola. Assim, o espectador ao lado da bola iluminada vê a mesma bola iluminada em várias direções e distâncias. Como antes, as curvas são desenhadas em função da posição da bola.

As última instalação vai ter também uma instalação de som, feita com relação à geometria da variedade sendo mostrada: por exemplo usando o eco e o espectro Laplaciano. Um matemático e músico profissional, brasileiro programará esta parte da instalação. Ele será responsável também pelos aspectos técnicos e artísticos da parte de audio da exposição.

Em seguida a esta instalação, apresentamos a seguinte citação (com tradução para o Português dos textos abaixo):

> "Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre;
> elle peut seulement être plus commode..."
>
> Poincaré, La Science et l'Hypothèse.

4.4 - Teorema de Classificação

Aqui nós vamos mostrar o enunciado do teorema de classificação (com tradução para o Português dos textos abaixo), além de explicações com textos e gráficos. Os visitantes serão convidados a abrir alguns livros selecionados.

- ***Classificação de Superfícies***

Theorem (A.F. Moebius 1869 and C. Jordan 1866).
Every closed surface can be deformed to one of which is either flat, hyperbolic or spherical.

O enunciado desse teorema será acompanhado de figuras explicativas. Além disso mostraremos um texto mencionando que um teorema semelhante a este para o caso de variedades de dimensão 3 foi provado por Perelman em 2002.

Finalmente, vamos colocar uma citação notável que, cerca de 70 anos antes, antecipava como esses problemas como seriam resolvidos.

"Any problem which is non-linear in character, which involves more than one coordinate system or more than one variable, or where structure is initially dened in the large, is likely to require considerations of topology and group theory for its solution. In the solution of such problems classical analysis will frequently appear as an instrument in the small, integrated over the whole problem with the aid of topology or group theory."
M. Morse, Calculus of variation in the Large, 1934

5 - Bibliografia

A. Bölcskei, B. S. (2007). Frenet Formulas and Geodesics in Sol Geometry,. *Contribution to algebra and geometry , 48*, pp. 411-421.

Appel, A. (1968). Some techniques for machine rendering of solids. *AFIPS Conference Proc. 32*, (pp. 37-45).

Barr, A. H. (84). Global and local deformations of solid primitives. *SIGGRAPH.*

BORDIGNON, A. L., CASTRO, R. P., LOPES, H., LEWINER, T., & TAVARES, G. .. (2006). Exploratory visualization based on multidimensional transfer functions and star coordinates. . *XIX Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing, Manaus. Br* .

BORDIGNON, A. L., CASTRO, R. P., LOPES, H., LEWINER, T., & TAVARES, G. (2006). Exploratory visualization based on multidimensional transfer functions and star coordinates. In: XIX Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing. *Manaus. Brazilian Symposium of Computer Graphic and Image Processing*, (pp. p. 273-280).

Bordignon, A. (2006). Navier Stokes em GPU. *Dissertação de Mestrado* .

Gordon, C. (1989). When You Can't Hear the Shape of a Manifold. *Mathematical Intelligencer , 11* (3), 39 - 47.

Mark Phillips, C. G. (1992). Visualising hyperbolic space: unusual uses of 4x4 matrices. *Proceeding I3D '92 Proceedings of the 1992 symposium on Interactive 3D graphics* (pp. 209-214). New York, NY, USA: ACM.
Szirmai, J. (2007). The Densest Geodesic Ball Packing. *Contributions to Algebra and Geometry* , pp. 383-397.

Thurston, W. (1997). *Three-dimensional geometry and topology.* Princeton: Princeton University Press.

Weeks, J. (2006).] Non-euclidean geometries: János Bolyai memorial volume. Dans E. M. A Prékopa, *Real-Time Animation in Hyperbolic, Spherical, and Product Geometries* (pp. 287-306). New York: Springer.

Weeks, J. R. (1985, 2001 second edition). *The Shape of Space: How to Visualize Surfaces and Three-dimensional Manifolds* (Vol. 249). New York, NY, USA: Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics.

Pierre Berger, Alex Laier, and Luiz Velho. "*An image-space algorithm for immersive views in 3-manifolds and orbifolds*". Technical Report TR-01-2013, IMPA - Laboratorio VISGRAF, 2013.

6 - Infra-estrutura

A infra-estrutura de ensino, pesquisa e desenvolvimento existente no âmbito do Laboratório VISGRAF é extremamente rica e possibilita a realização de projetos em áreas diversas, sendo comparável com os melhores laboratórios de computação gráfica nos Estados Unidos e Europa.

O VISGRAF possui um laboratório com várias salas, que ocupam ao todo cerca de 300m2 localizado no edifício do IMPA (Instituição sede do Laboratório). Daremos em seguida uma breve descrição, da infra-estrutura do laboratório. Informações mais detalhadas com imagens do laboratório podem ser vistas na página do Laboratório na Internet (ver URL http://www.visgraf.impa.br/Lab/).

O Laboratório está dividido fisicamente em quatro módulos logicamente distintos: Ambiente de Computação Gráfica; Área de Vídeo e Multimídia, Sala de Visualização Estereoscópica Interativa e Estúdio de Fotografia 3D e Visão Computacional. Além disso, o laboratório mantém uma biblioteca e videoteca sobre computação gráfica. Os livros e revistas cientificas ficam localizados na biblioteca do IMPA.

7 - Experiência da Equipe

A exposição será elaborada por Luiz Velho e Pierre Berger. O conteúdo matemático será desenvolvido por Pierre Berger com a colaboração de Pierre-Yves Fave para a parte visual. O desenvolvimento do software de visualização interativa será supervisionado por Luiz Velho, com a especificação de algoritmos numéricos por Pierre Berger e implementação de parte gráfica e computacional por Alex Laier. Sergio Krakowski será responsável pela música e criação sonora.

Luiz Velho (IMPA) é o cientista líder do Laboratório VISGRAF, na área de matemática aplicada à Computação Visual, visão e som. Ele é um especialista em várias técnicas neste domínio. Ele vai levar-nos a melhor pesquisa de algoritmos. Ele vai colocar à nossa disposição os recursos do seu laboratório. Ele foi coordenador de 50 projetos em computação gráfica, de 1990 a 2010. Ele já participou de 40 projetos de software. Ele também tem experiência em exposições: ele fez 11 exposições de 1977 a 2005, a última foi uma exposição para o ano do Brasil na França. Ele também realizou 48 vídeos.

Pierre Berger (CNRS, UMI IMPA-LAGA Paris 13) é pesquisador em sistemas dinâmicos e geometria. Ele teve com P.Y. Fave a idéia inicial desta exposição que motiva todas as tarefas. Seu conhecimento é capaz de antecipar-lhe as visualizações que ele deseja realizar. Além disso, ele é capaz de certificar o rigor científico da exposição (imagens, cenários, objetos). Ele foi um estudante na ENSAD (art deco), participou de vários projetos didáticos de matemática (Math en Jeans, nuit des chercheurs). Já coordenou projetos de comunicação acadêmica, para École Normale Supérieure, durante duas temporadas (2003-2004).

Pierre-Yves Fave é um especialista em gráficos 3D, vídeo e interfaces. Ele fez muitas obras de arte e filmes exibidos internacionalmente. Ele também realizou vídeos para várias exposições científicas. Ele vai produzir os animações, o ambiente interativo, e fazer a criação final da mostra e instalações.

Alex Laier é um jovem pesquisador, promissor em computação gráfica, com formação em geometria. Ele irá construir software para mostrar qualquer objeto nas 8 geometrias de Thurston com alta resolução, controle gráfico para o artista, e uma interface de matemática. Ele conhece bastante a tecnologia OpenGL como pode ser constatado por seu artigo (Bordignon, Castro Lopes, Lewiner, & Tavares, 2006).

Sergio Krakowski é um músico profissional de nível internacional, que desenvolveu sistemas de música em tempo real por computador durante seu doutorado no IMPA e em Paris. Ele também tem formação em matemática pura. Ele vai executar o som acústico e natural da instalação interativa que apresenta as geometrias de Thurston.

8 - Cronograma

9.1 - Fases do projeto

• Levantamento de Dados e Aquisição de Equipamentos (6 meses)

• Planejamento da Exposição (6 meses)

• Produção e Montagem (6 meses)

• Temporada da Mostra (6 meses)

Levantamento			
	Planejamento		
		Produção	
			Montagem

9 - Orçamento

9.2.1 - Capital

- *Equipamentos e Material Permanente*

- 3 Monitores de Video
. TV Sony de 46 polegadas

- 3 Reprodutores de DVD
. Sony

- 2 Projetores de Alta Resolução
. BenQ

- 2 Estações Gráficas de Grande Desempenho
. Dell

- 1 Computador Multimidia para Audio
. MacPro

- 1 Controlador de Audio
. MOTU

- 4 Caixas de Som
. Mackie HR824

9.2.2 - Custeio

- *Material de Consumo, Componentes*

- Acessórios de Audio e Video
. Cabos de Audio
. Cabos de Video - HDMI

- Infra-Estrutura de Rede
. Switch 5 ports Gigabit Ethernet
. Cabos de Rede Cat6

- Iluminação / Energia
. Refletores
. No-Breaks
. Materiais diversos (cabos / tomadas,)

- Outros
. Sensores de Movimento (Wiimote)
. 2 Telas de Projeção

- *Serviços de Terceiros*

  - Programação Visual e Gráfica

  - Projeto e Execução dos Dispositivos de Interação

  - Impressão de Imagens e Texto em Grande Formato

  - Construção Estrutura de Painéis da Exposição

  - Montagem da Exposição

- *Diárias e Passagens*

  - 2 Passagens Paris / Rio / Paris

  - 18 Diárias

10 - Justificativa do Orçamento

De acordo com o que foi apresentado no roteiro da exposição acima, Seção 4, ela é constituída pelos seguintes elementos:

- 3 vídeos demonstrativos: Para essa parte será necessário a aquisição de monitores de TV e aparelhos de DVD;

- 2 instalações imersivas: Para essa parte será necessário a aquisição de computadores, projetores, bem como telas de projeção e dispositivos de interação.

- Uma das instalações inclui áudio espacializado: Para essa parte será necessário a aquisição computador multi-mídia, placa de som e caixas acústicas;

- A ligação entre os diversos equipamentos e dispositivos requer cabos apropriados e outros acessórios;

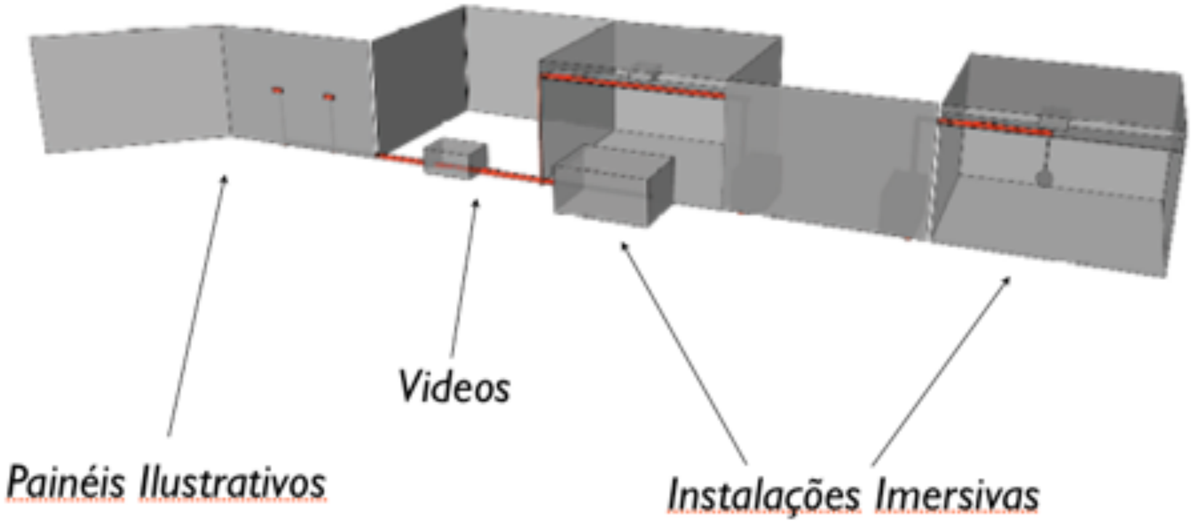
- Os elementos gráficos da exposição, como sinalização, letreiros, cartazes, catálogo e outras peças, geram uma demanda por serviços de programação visual e impressão;

- O espaço físico da exposição compreende painéis e módulos para criar os ambientes de cada parte da mostra;

- Para a montagem e inauguração da exposição será de grande importância a participação no Brasil dos dois pesquisadores franceses, co-autores do projeto.

11 - Planta Física

Abaixo, mostramos um planejamento inicial da planta física da exposição, com a indicação dos módulos e espaços correspondentes.



Estamos incluindo também no material anexo a planta física da montagem da exposição na França, em Paris, para referência e comparação.

12 - Outros projetos dos proponentes

Partner	Name of person participating in project	Person months	Name of the Call for proposals, funding organisation, grant allocated	Project title	Name of coordinator	Start date & End date
	P. Berger	member	BLAN08-2_313375	DynNonGeo	C. Bonatti-S. Crovisier	2009-2012
	P. Berger	participant	Fondation international Prix Balzan	Prix Balzan	J. Palis	2011-
	L. Velho	coordinator	CNPq	Realidade Aumentada Movel	Velho	4/01/2010 -3/01/2014
	L. Velho	coordinator	FINEP	INFRADATA	Velho	18/8/2009 -18/3/2012
	L. Velho	Individual	FAPERJ	Cientista do Estado	Velho	2010 a 2014

FAPERJ
Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro

FAPERJ – Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro
GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
Secretaria de Estado de Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro

SECRETÁRIA DE ESTADO DE
CIÊNCIA E TECNOLOGIA

F A P E R J
Processo nº E-26/ . /
Data:_____/_____/_____ Fls. _____

Rubrica:__________________

Rio de Janeiro, 2 de junho de 2013,
Ref.: Projeto do Edital FAPERJ N. 33/2013

DECLARAÇÃO

Os Docentes / Pesquisadores abaixo assinados, da UFF, IMPA e CNRS, declaram apoio ao Projeto de Visualização de Espaços Tridimensionais que está sendo solicitado à FAPERJ pelo Luiz Velho, Coordenador do Projeto, do IMPA e concordam com o seu Plano de Trabalho proposto.

NOME	INSTITUIÇÃO	CPF	Assinatura
Pierre Berger	CNRS	059.408.567-56	
Alex Laier	UFF	007.478.879-50	
Sergio Krakowski	IMPA	024.107.987-05	

Ass,

Luiz Velho

Coordenador do Projeto

ANEXAR ESTE DOCUMENTO ON-LINE com o nome, CPF e assinatura de cada pesquisador associado participando do projeto
OBSERVAÇÃO: Cada pesquisador poderá participar de um só projeto neste Edital